

Tính toán tác động của gió đối với công trình có ma trận giảm chấn phi tỷ lệ bằng phương pháp phổ

Effect of dynamic wind force on structures using spectral approaches with non-classical damping matrix

Nguyễn Quang-Huy*

*Nghiên cứu sinh Đại học Sherbrooke, Québec, Canada. J1K2R1
Công ty tư vấn EverNew Consultant – Việt Nam

Tóm tắt: Bài báo này đề cập đến ứng dụng của phương pháp phổ trong tính toán thành phần động của tải trọng gió trong các tiêu chuẩn hiện hành. Tác giả giới thiệu phương pháp tính toán cho các công trình đặc biệt có ma trận cản nhớt không tỷ lệ với ma trận khối lượng và ma trận độ cứng. Một vài ví dụ minh họa độ tin cậy của phương pháp so với phương pháp tính toán theo thời gian và các phương pháp phổ hiện đang được sử dụng.

Abstract: The paper presents the application of the spectral methods on dynamic wind effects in some available codes. The main focus of the present investigation is on the influence of non-proportional viscoelastic damping matrix on the spectral calculation. The case study is clearly demonstrated with numerical calculations showing the accuracy and high performance in this method.

Key words: Spectral analysis, aerodynamic wind loads, non-proportional damping, modal analysis.

1. Mở đầu

Hiện nay, thành phần động của tải trọng gió được xem như tải trọng tĩnh tương đương dựa trên hệ số gia tăng (gust effect factor) trong hầu hết các tiêu chuẩn hiện hành trên thế giới. Ví dụ trong tiêu chuẩn [ASCE 7-05](#), với kết cấu mềm, nhạy với tác động của gió, hệ số GEF G_f được tính trực tiếp từ phần nền (background) và phần cộng hưởng (resonance) của chuyển vị đỉnh của kết cấu dưới tác động của phần gió rời $v(t, z)$ ($v(t, z) = V(t, z) - V_{trung\ bình}$).

Trong nghiên cứu gió động có ba phương pháp để tính toán giá trị lớn nhất của kết quả: (i) phương pháp tính theo hàm thời gian; (ii) phương pháp phổ gián tiếp thông qua tải trọng tĩnh tương đương và (iii) phương pháp phổ trực tiếp. Phương pháp thứ nhất có ưu điểm là tính cho mọi kết cấu

(tuyến tính và phi tuyến) nhưng nhược điểm lớn nhất là thời gian tính toán dài và phải xét đến trung bình của họ các tải trọng gió sinh ra tại các điểm trên công trình. Phương pháp thứ hai được sử dụng trong các tiêu chuẩn nhưng những tính toán gần đây cho thấy có sai số khi sử dụng lực gió tĩnh tương đương dựa trên tính toán phổ của chuyển vị để tính toán các kết quả khác nhau [Huang and Chen \(2007\)](#). Phương pháp thứ ba giống phương pháp thứ hai về nguyên lý tính toán nhưng thay vì tính kết quả thông qua tải trọng tĩnh tương đương người ta tính trực tiếp kết quả ấy bằng phương pháp phổ. Hai phương pháp phổ này có ưu điểm là tính toán nhanh nhưng chỉ áp dụng được cho bài toán đàn hồi tuyến tính.

Hiện đã có nhiều nhà khoa học nghiên cứu phương pháp phổ trong tính toán gió động nhưng họ sử dụng giả thiết ma trận giảm chấn tỷ lệ. Điều này chấp nhận được với kết cấu có

độ giảm chấn nhỏ và các dao động riêng có tần số cách biệt. Với kết cấu mềm có sử dụng các thiết bị giảm chấn hoặc khi xét dao động không gian của hệ thì đòi hỏi phải tính toán với ma trận giảm chấn thực. Bài báo này giới thiệu một phương pháp tính toán gió động theo phương pháp phổ sử dụng ma trận giảm chấn $C \neq \alpha_m \mathbf{M} + \alpha_k \mathbf{K}$.

2. Phương pháp phổ trong tiêu chuẩn ASCE7-05

Tiêu chuẩn ASCE 7-05 do hiệp hội xây dựng Mỹ thiết lập, quy định tải trọng tiêu chuẩn thiết kế cho nhà dân dụng và công nghiệp. Đối với kết cấu mềm (flexible building), áp lực gió lên hệ kết cấu chịu lực chính (main wind-force resisting system) được tính bằng công thức (6-19) trong đó hệ số G_f được tính bằng công thức (6-8):

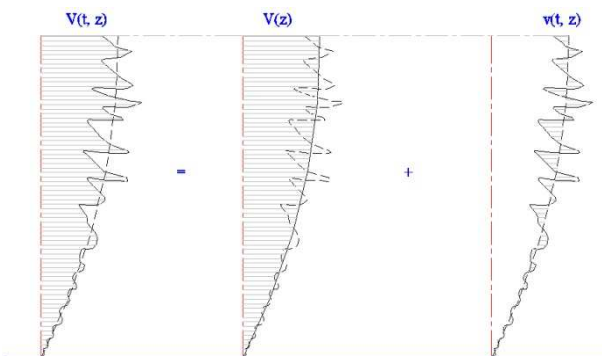
$$G_f = 0.925 \left(\frac{1 + 1.7I_z \sqrt{g_Q^2 Q^2 + g_R^2 R^2}}{1 + 1.7g_v I_z} \right) \quad (1)$$

với $g_R = \sqrt{2 \ln(3600n_1)} + \frac{0.577}{\sqrt{2 \ln(3600n_1)}}$; n_1 là tần số dao động riêng thứ nhất của kết cấu; $g_Q = g_v = 3.4$; I_z là mật độ gió chây rối tại cao trình $z = 0.6h$ (h là chiều cao công trình) nhưng không nhỏ hơn z_{min} lấy theo bảng 6-2 trong tiêu chuẩn. Giá trị của Q và R trong công thức trên được hiểu là thành phần nền và thành phần cộng hưởng trong tính toán chuyển vị đỉnh kết cấu do gió rối gây ra:

$$R = \sqrt{\frac{1}{\beta} R_n R_h R_B (0.53 + 0.47R_L)} \quad (2)$$

Với $R_n = \frac{7.47N_1}{(1 + 10.3N_1)^{5/3}}$; $N_1 = \frac{n_1 L_z}{\bar{V}_z}$; \bar{V}_z là vận tốc gió trung bình tại cao trình \bar{z} đo trong một giờ; L_z là chiều dài tỷ lệ tích hợp (integral length scale) của gió rối. Các giá trị tương ứng $R_{h,B,L} = \frac{1}{\eta_{h,B,L}} - \frac{1}{2\eta_{h,B,L}^2} (1 - e^{-2\eta_{h,B,L}})$ và

$$R_{h,B,L} = 0 \text{ nếu } \eta_{h,B,L} = 0 \quad \text{với} \quad \eta_h = 4.6n_1 h / \bar{V}_z ;$$



Hình 1 Phân chia gió động và ứng

$\eta_B = 4.6n_1 EB / \bar{V}_z$ và $\eta_L = 15.4n_1 L / \bar{V}_z$; β là tỷ lệ giảm chấn (damping ratio).

$$Q = \sqrt{\frac{1}{1 + 0.63 \left(\frac{B+h}{L_z} \right)^{0.63}}} \quad (3)$$

B, h là bề rộng và chiều cao đón gió công trình.

Dựa vào các công thức (1), (2) và (3) chúng ta có thể đưa ra một số nhận định như sau:

- Tiêu chuẩn ASCE 7-05 tính toán gió động dựa trên các phần nền Q và phần cộng hưởng R của chuyển vị đỉnh công trình dưới tác động của gió rối.
- Thành phần nền Q của chuyển vị đỉnh kết cấu chỉ phụ thuộc vào hình dạng hình học của công trình (B và h) và một thông số của gió (L_z).
- Thành phần cộng hưởng R của chuyển vị đỉnh là hàm của tần số dao động riêng thứ nhất theo phương đón gió (n_1), của hình dạng kết cấu đón gió và các thông số của gió.
- Hệ số giảm chấn β trong công thức (2) tương ứng với dạng dao động riêng có tần số n_1 .

Hai câu hỏi được đặt ra ở đây là:

- Sự tham gia của các dạng dao động bậc cao (>1) được điều chỉnh như thế nào? Các tính toán của Huang and Chen (2007) cho thấy không phải mọi phản ứng (response) đều có độ lệch chuẩn (standard deviation) lớn nhất khi xét dạng dao động đầu tiên. Nói cách khác, việc sử dụng dạng dao động đầu tiên với các hệ số điều chỉnh (nếu có) có thể đưa đến kết quả gần đúng cho nhiều cấu kiện, cũng có thể dẫn tới sự lãng phí quá mức trong thiết kế các cấu kiện khác.
- Do tính toán sử dụng tần số dao động riêng thực n_1 nên có thể ngầm hiểu các tác giả đã sử dụng giả thiết ma trận $C = \alpha_m \mathbf{M} + \alpha_k \mathbf{K}$. Vậy với hệ kết cấu có sử dụng các thiết bị giảm chấn tập trung, liệu rằng giả thiết trên còn hợp lý? Và dẫn đến việc áp dụng tiêu chuẩn này còn khả thi hay không?

Để bạn đọc có thể hiểu rõ hơn về nguồn gốc công thức (1), tác giả sẽ trình bày phương pháp phổ tổng quát ở phần 3. Phần 4 sẽ mở rộng tính toán để giải quyết bài toán đặt ra ở câu hỏi thứ 2.

3. Phương pháp phổ trong tính toán gió động

Như đã trình bày ở trên, phương pháp này áp dụng cho bài toán đàn hồi tuyến tính công trình. Sở dĩ nó chỉ đúng cho kết cấu đàn hồi tuyến tính vì người ta coi lực gió là tổng đại số của các lực điều hoà và do vậy phản ứng của kết cấu bằng tổng đại số của các phản ứng thành phần do các lực điều hoà gây ra.

Chúng ta chia gió thành hai thành phần động $v(t, z)$

(trung bình bằng 0 và thay đổi theo thời gian và cao trình) và tần số $V(z)$ (thay đổi theo cao trình theo luật logarithm hoặc hàm mũ). Khi đó phản ứng lớn nhất của kết cấu (peak dynamic response) $\hat{r} = \bar{r} + g\sigma_r = \bar{r} \left(1 + \frac{g\sigma_r}{\bar{r}}\right) = \bar{r}G_f$ trong đó \bar{r} là phản ứng tĩnh do $V(z)$ gây ra; σ_r là độ lệch chuẩn của phản ứng do $v(t, z)$ gây ra và g là hệ số đỉnh thống kê (statistical peak factor) [Davenport \(1961\)](#); [Kareem and Zhou \(2003\)](#). Giá trị của hệ số g trong khoảng từ 3 đến 4. Tùy từng tiêu chuẩn mà cách tính giá trị G_f có khác nhau nhưng chúng đều có chung nguồn gốc từ độ lệch chuẩn σ_r của phản ứng (thường lấy chuyển vị tại đỉnh công trình). Bài báo này tập trung phân tích phương pháp phổ trong tính toán σ_r của phản ứng tổng quát.

Xét hệ đàn hồi tuyến tính N bậc tự do chịu tải trọng gió rối $\{f(t)\}$:

$$\mathbf{M}\{\ddot{y}(t)\} + \mathbf{C}\{\dot{y}(t)\} + \mathbf{K}\{y(t)\} = \{f(t)\} \quad (4)$$

Trong đó $\{y(t)\}$ là vector chuyển vị; \mathbf{M} , \mathbf{K} và \mathbf{C} là ma trận khối lượng, độ cứng và cản nhớt của hệ kết cấu. Vector lực gió $\{f(t)\} = \{f_1(t); \dots; f_N(t)\}$ được tính trực tiếp qua vector vận tốc gió $\{v(t)\} = \{v_1(t); \dots; v_N(t)\}$ tại các vị trí bậc tự do trên công trình và thông thường được biểu diễn qua ma trận mật độ phổ lực $\mathbf{P}_f(\omega) = [P_{f_j m}(\omega)]_{N,N} = [P_{f_j m}^{cr}(\omega)]_{N,N}$. Biểu

thức $P_{f_j m}^{cr}(\omega)$ là phổ giao cắt một vế (one-sided cross power spectral density) của lực gió tại hai bậc tự do j và m trên công trình. Khái niệm này được trình bày rõ trong [Simiu and Scanlan \(1996\)](#) và [Solari and Piccardo \(2001\)](#).

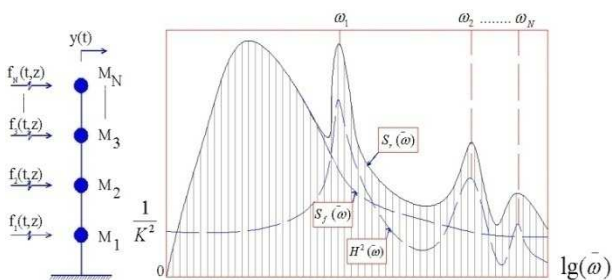
Với hệ đàn hồi tuyến tính có ma trận cản nhớt tỷ lệ $\mathbf{C} = \alpha_m \mathbf{M} + \alpha_k \mathbf{K}$, sử dụng phương pháp cộng tác dụng các dạng dao động (superposition modal) với biến đổi:

$$y_k(t) = \sum_{j=1}^N \varphi_{kj} Y_j(t), \forall k = \overline{1, \dots, N} \quad (5)$$

Pt. (4) trở thành:

$$\ddot{Y}_j(t) + 2\omega_j \xi_j \dot{Y}_j(t) + \omega_j^2 Y_j(t) = \frac{F_j(t)}{M_j}, \forall j = \overline{1, \dots, N} \quad (6)$$

$\{\varphi_j\}$, ω_j , ξ_j lần lượt là các vector riêng, tần số dao động riêng và tỷ lệ giảm chấn (tổng cộng) tương ứng với dạng dao động riêng thứ j ; $Y_j(t)$, $F_j(t) = \{\varphi_j\}^T \{f(t)\}$, $M_j =$



Hình 2 Phổ của phản ứng $r(t)$ - hệ N bậc tự do chịu gió

$\{\varphi_j\}^T \mathbf{M} \{\varphi_j\}$ là tọa độ quy chiếu chính (principal coordinate), lực tổng hợp và khối lượng tổng hợp của dạng dao động thứ j . Phương trình vi phân bậc hai (5) có nghiệm:

$$Y_j(t) = \int_{-\infty}^t F_j(\tau) h_j(t - \tau) d\tau, \forall j = \overline{1, \dots, N} \quad (7)$$

Trong đó $h_j(t - \tau)$ là chuyển vị $Y_j(t)$ dưới tác động xung lực Dirac [Clough and Penzien \(1995\)](#):

$$h_j(t - \tau) = \frac{1}{\omega_{D_j} M_j} e^{-\omega_j \xi_j (t - \tau)} \sin \omega_{D_j} (t - \tau) \quad (8)$$

Thay pt. (7) vào pt. (5) ta nhận được kết quả chuyển vị tại bậc tự do thứ k , $\forall k = \overline{1, \dots, N}$. Tuy nhiên với hệ nhiều bậc tự do, khối lượng tính toán rất lớn nên [Davenport \(1961\)](#) lần đầu tiên áp dụng phương pháp phổ vào tính toán gió động. Nguyên tắc tính toán như sau:

- Sử dụng pt. (5) và pt. (7) tính hàm tự tương quan (autocorrelation) $R_{y_k} = E[y_k(t)y_k(t + \tau)]$
- Mật độ phổ năng lượng (Power spectral density) $P_{y_k}(\omega)$ của chuyển vị được định nghĩa:

$$P_{y_k}(\omega) \doteq \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T R_{y_k}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (9)$$

- Phương sai của chuyển vị chính là giá trị hàm tự tương quan tại thời điểm $t = 0$:

$$\sigma_{y_k}^2 = R_{y_k}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{y_k}(\omega) d\omega \quad (10)$$

- Độ lệch chuẩn của chuyển vị được tính bởi

$$\sigma_{y_k} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} P_{y_k}(\omega) d\omega} \quad (11)$$

- Giá trị chuyển vị lớn nhất do thành phần động $v(t, z)$ gây ra:

$$\tilde{r}_k = g_k \sigma_{y_k} \quad (12)$$

Trong đó hệ số đỉnh thống kê g trong khoảng từ 3 đến 4.

- Giá trị chuyển vị lớn nhất tại k do gió gây ra:

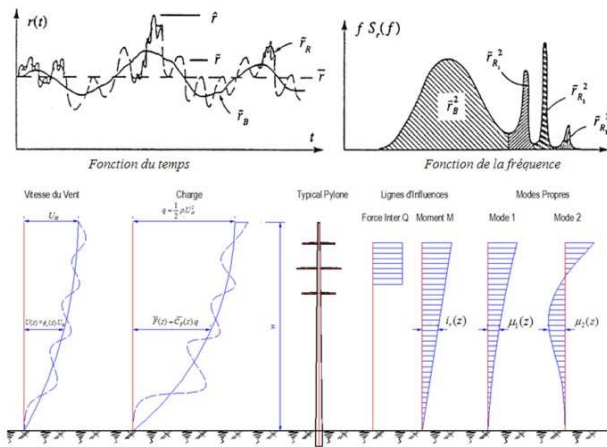
$$\widehat{y}_k = \bar{y} + g_k \sigma_{y_k} = \bar{y} \left(1 + \frac{g\sigma_{y_k}}{\bar{y}}\right) \quad (12')$$

Với phản ứng bất kỳ $r_k(t)$ tại vị trí k , phương pháp tính toán được thực hiện tương tự với sự việc sử dụng hệ số ảnh hưởng mới b_{kj} trong pt. (5):

$$r_k(t) = \sum_{j=1}^N b_{kj} Y_j(t), \forall k = \overline{1, \dots, N} \quad (13)$$

b_{kj} được hiểu là phản ứng tại k do lực tĩnh bằng đơn vị đặt tại vị trí j lên hệ kết cấu. Thông thường người ta tính b_{kj} thông qua việc biểu diễn phản ứng $r_k(t) = Q(f_{s_1}, \dots, f_{s_N})$

với $\{f_s\} = \mathbf{K}\{Y_j(t)\}$. Chương 23 trong [Clough and Penzien \(1995\)](#) diễn giải chi tiết các pt. (9, 10, 11).



Hình 3 : Phản ứng $r(t)$ – quan niệm của Davenport

Phương sai của phản ứng bất kỳ $r_k(t)$ tại k được viết như sau:

$$\begin{aligned} \sigma_{r_k}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} P_{r_k}(\omega) d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N b_{kj} b_{km} H_j(-i\omega) H_m(i\omega) P_{F_{jm}}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (14)$$

Hàm truyền $H_j(\pm i\omega) = \frac{1}{K_j \left[1 \pm 2i\xi_j \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right) + \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right]}$ là biến đổi

fourier của $h_j(t)$ sang miền tần số ω ; $P_{F_{jm}}(\omega) =$

$\{\varphi_j\}^T \mathbf{P}_f(\omega) \{\varphi_m\}$ là phổ giao cắt của lực tổng hợp $F_j(t)$ và $F_m(t)$.

Với hệ kết cấu có hệ số giảm chấn nhỏ (lightly damped) và các tần số dao động riêng tách biệt, pt. (14) được tính gần đúng:

$$\sigma_{r_k}^2 \approx \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^N b_{kj}^2 H_j(-i\omega) H_j(i\omega) P_{F_j}(\omega) d\omega \quad (15)$$

với $P_{F_j}(\omega) = \{\varphi_j\}^T \mathbf{P}_f(\omega) \{\varphi_j\}$. Phân chia gần đúng về phải của pt. (15) thành tổng của hai phần: phần nền $\sigma_{B_{r_k}}^2$ (background) và phần cộng hưởng $\sigma_{R_{r_k}}^2$ (resonant),

phương sai của phản ứng gần đúng $\sigma_{r_k}^2 \approx \sigma_{B_{r_k}}^2 + \sigma_{R_{r_k}}^2$:

$$\sigma_{r_k}^2 \approx \sum_{j=1}^N \frac{b_{kj}^2}{K_j^2} \int_0^{\infty} P_{F_j}(\omega) d\omega + \sum_{j=1}^N \frac{b_{kj}^2}{K_j^2} \frac{\pi \omega_j}{4 \xi_j} P_{F_j}(\omega_j) \quad (16)$$

Giá trị phản ứng lớn nhất tại k do gió gây ra:

$$\hat{r}_k = \bar{r} + g_k \sigma_{r_k} \approx \bar{r} + \sqrt{g_{B_{r_k}}^2 \sigma_{B_{r_k}}^2 + g_{R_{r_k}}^2 \sigma_{R_{r_k}}^2} \quad (17)$$

Hệ số đỉnh thống kê $g_{B_{r_k}}$ và $g_{R_{r_k}}$ có nguồn gốc toán học

trong việc tính toán phân bố xác suất phản ứng cực đại (probability distribution for extreme value). Quan sát chuỗi phản ứng $\{r_k(t)\}$ ta thu được một chuỗi M giá trị cực trị dương (hoặc âm). Theo Davenport, hàm phân bố xác suất giá trị cực đại $\eta_e = \frac{r_{ke}}{\sigma_k} = \max \left\{ \eta = \text{cực trị} \left\{ \frac{r_k(t)}{\sigma_k} \right\} \right\}$ là:

$$P(r_{ke}) = P(r_{ke} > \text{cực trị} \{r_k(t)\}) = e \left(-v T e^{-\frac{r_{ke}^2}{2}} \right) \quad (18)$$

$$\text{với } v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} \omega^2 S_{r_k}(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S_{r_k}(\omega) d\omega}}$$

Giá trị trung bình của η_e tương ứng là:

$$\bar{\eta}_e = g_{r_k} = \sqrt{2 \ln(vT)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(vT)}} \quad (19)$$

Do đó giá trị cực đại của $\{r_k(t)\}$ được tính bởi công thức:

$$r_{ke} = \sigma_k \bar{\eta}_e = \sigma_k \left(\sqrt{2 \ln(vT)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(vT)}} \right) \quad (20)$$

Khi tách phổ của phản ứng $\{r_k(t)\}$ thành hai phần nền và cộng hưởng thì giá trị cực đại của $\{r_k(t)\}$ được tính gần đúng bằng tổng của cực đại nền và cực đại cộng hưởng:

$$g_k \sigma_{r_k} = \sqrt{g_{B_{r_k}}^2 \sigma_{B_{r_k}}^2 + g_{R_{r_k}}^2 \sigma_{R_{r_k}}^2} \quad (21)$$

Những tính toán trong ví dụ trình bày ở phần 5 cho thấy việc tách thành hai phần nền và cộng hưởng chỉ đúng (chấp nhận được) khi hệ có các tần số dao động riêng tách biệt và hệ số giảm chấn nhỏ.

Theo quan điểm tính toán của Davenport trình bày trong Davenport (1995), ông sử dụng đường ảnh hưởng của phản ứng và hệ số joint acceptance factors trong tính toán giá trị cực đại của phản ứng. Có một vài nhận xét rút ra từ phương pháp này:

- Vai trò của đường ảnh hưởng trong phương pháp của Davenport có thể xem như các hệ số b_{kj} trong công thức (16).
- Việc coi phần nền chỉ phụ thuộc vào dạng đường ảnh hưởng, hình dáng kết cấu và tính chất của gió mà không phụ thuộc vào các dạng dao động của kết cấu là cách làm đơn giản hoá bài toán. Cách làm này phù hợp cho bài toán gió một phương và các bài toán không đòi hỏi độ chính xác cao. Trong bài toán nghiên cứu, tốt nhất vẫn nên xuất phát từ công thức (14) để tính toán. Sự đơn giản hoá bài toán có thể diễn ra khi giới hạn số dạng dao động tính toán hoặc bỏ qua phổ giao cắt của gió theo các phương.
- Vấn đề ma trận giảm chấn không tỷ lệ không được tính đến ở tiêu chuẩn này. Như ta thấy ở trên, hoàn toàn các công thức tính toán sử dụng các dạng dao động thực. Điều này đồng nghĩa với việc tính toán kết cấu trên cơ sở ma trận giảm chấn được sinh ra từ ma trận khối

lượng và ma trận độ cứng chứ không phải ma trận giảm chấn gốc.

- Dù có ý kiến cho rằng rất khó trong việc xác định cụ thể ma trận giảm chấn thực tế và chỉ cần có các giá trị tỷ lệ giảm chấn ξ_j là đủ cho bài toán động. Tuy nhiên, tác giả tin rằng những khó khăn trên sẽ được giải quyết trong tương lai gần và việc xây dựng phương pháp tổng quát cho bài toán hệ chịu gió là cần thiết. **Patron (1998)** trình bày phương pháp sử dụng số liệu thực tế của kết cấu cầu với ma trận cản nhớt khí động khi chịu tải trọng gió. Tuy nhiên cách diễn giải rất phức tạp vì tác giả biểu diễn phản ứng trong miền tần số ngay từ các tính toán ban đầu.

Phần tiếp theo tác giả xin trình bày tóm tắt những nghiên cứu gần đây về áp dụng phương pháp phổ tính toán dao động của hệ kết cấu mềm chịu gió. Nội dung của phần này cũng được trình bày chi tiết trong bài báo dự kiến đăng trên hội nghị Cơ học Canada CanCam2009.

4. Phương pháp phổ mở rộng tính toán gió động

Như đã trình bày ở trên, khi ma trận giảm chấn tỷ lệ với ma trận độ cứng và ma trận khối lượng thì bài toán hệ chịu gió động được tính bằng phương pháp phổ cho kết quả nhanh và chính xác so với phương pháp tính theo thời gian. Khi ma trận $C \neq \alpha_m M + \alpha_k K$ thì có hiện tượng $\Phi^T C \Phi \neq I$. Khi đó công thức (6) không còn đúng vì có các thành phần ngoài đường chéo chính của ma trận tích $\Phi^T C \Phi$. Vấn đề này được giải quyết bởi **Foss (1958)** khi sử dụng vec tơ chuyển vị

$$\text{mở rộng } \{W(t)\} = \begin{Bmatrix} \{y(t)\} \\ \{\dot{y}(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\theta_j\} \\ \{s_j \{\theta_j\}\} \end{Bmatrix} e^{s_j t} = \{\theta_j\} e^{s_j t}.$$

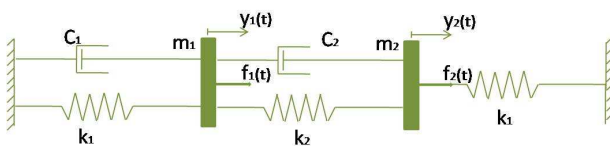
Phương trình (4) tương đương với:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix}}_A \{\dot{W}(t)\} + \underbrace{\begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}}_B \{W(t)\} = \begin{Bmatrix} \{f(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

với (s_j, s_{j+N}) là N cặp phức liên hợp, là nghiệm của hệ phương trình $\det[s[A]+B]=0$; N cặp vec tơ liên hợp $(\{\theta_j\}, \{\theta_{j+N}\})$ là nghiệm của hệ $[s_j[A]+B] \{\theta_j\} = \{0\}$.

Biểu diễn $\{W(t)\} = [\theta_j] \{Y(t)\} = \Theta \{Y(t)\}$, biểu thức (22) là:

$$\text{diag}[a_j] \{\dot{Y}(t)\} + \text{diag}[b_j] \{Y(t)\} = \Theta^T \begin{Bmatrix} \{f(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (23)$$



Hình 4 Hệ hai bậc tự do chịu gió

$$\text{ở đây, } \text{diag}[a_j] = \begin{bmatrix} a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & a_{2N} \end{bmatrix} = \Theta^T [A] \Theta \text{ và}$$

$$\text{diag}[b_j] = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & b_{2N} \end{bmatrix} = \Theta^T [B]. \text{ Dễ thấy } (a_j, a_{j+N})$$

và (b_j, b_{j+N}) là những cặp liên hợp.

Giải hệ phương trình vi phân bậc nhất (23) ta thu được:

$$\{Y(t)\}_{2N,1} = \left\{ \int_{-\infty}^t \mathfrak{F}_j(\tau) \frac{1}{a_j} e^{-\frac{a_j}{b_j}(t-\tau)} d\tau \right\}_{2N,1} = \left\{ \int_{-\infty}^t \mathfrak{F}_j(\tau) h_j(t-\tau) d\tau \right\}_{2N,1} \quad (24)$$

với $\mathfrak{F}_j(\tau) = \{\theta_j\}^T \{f(t)\}$, $\forall j = \overline{1, \dots, 2N}$.

Áp dụng phương pháp trình bày trong phần 3, ta có phương sai của phản ứng $r_k(t)$ tại k được tính bởi:

$$\sigma_{r_k}^2 = \int_0^\infty \sum_{j=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} \mathfrak{B}_{kj} \mathfrak{B}_{km} \mathfrak{H}_j(-i\omega) \mathfrak{H}_m(i\omega) \mathfrak{P}_{\mathfrak{F}_{jm}}(\omega) d\omega \quad (25)$$

Trong đó $\mathfrak{H}_j(\pm i\omega)$ là biến đổi fourier của $h_j(t)$. Các

giá trị \mathfrak{B}_{kj} ; $\mathfrak{P}_{\mathfrak{F}_{jm}}(\omega)$ được tính tương tự như phần 3 với chú ý các dạng dao động phức được sử dụng.

5. Thí dụ minh họa

Để minh họa tính chính xác của phương pháp, tác giả trình bày thí dụ một hệ hai bậc tự do như hình vẽ 4.

a. *Lực gió:*

Lực đặt tại m_1 và m_2 $f_1(t) = 2f_2(t)$ sinh ra từ phổ vận tốc gió:

$$P_{v_1}(\omega) = \frac{\frac{200z}{\bar{V}(z)}}{\left[1 + 50 \frac{\omega z}{\bar{V}(z)}\right]^{5/3}} v_*^2$$

với $z=10m$; $\bar{V}(10) = 25 m/s$; $v_* = 1.892 m/s$.

b. *Thuộc tính của hệ:*

Ma trận độ cứng $K = 141750 \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$. Với $(k_1, k_2) = (1.5, 0.1)$, tần số dao động riêng không cản nhớt tương ứng $(\omega_1; \omega_2) = (1.458; 1.55)$ (rad/s). Ma trận khối lượng $M = 10^5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} kg$. Ma trận giảm chấn

$C = 10^5 \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} Ns/m$. Bằng cách thay đổi giá trị (c_1, c_2) ta nhận được ma trận C tỷ lệ hay không tỷ lệ với ma trận K và M .

c. *Phương pháp phân tích theo thời gian:*

Phương pháp Newmark - hằng số gia tốc trung bình (constant - average - acceleration) **Bathe (1996)** được sử dụng với $(\delta, \alpha) = (0.5, 0.25)$ và thời gian $T = N\Delta t = 3276\delta x$

$0.125 = 4096$ s. Năm cặp vec tơ lực $\{R(t)\} = \{f_1(t), 0.5f_1(t)\}$ được sinh ra từ cùng một hàm phổ $P_{v_1}(\omega)$. Độ lệch chuẩn tính từ nửa cuối của chuỗi chuyển vị nhằm hạn chế sai số do chuyển vị quá độ ban đầu. Giá trị của độ lệch chuẩn của chuyển vị tại khối lượng m_2 được lấy trung bình từ năm kết quả tính toán trên:

$$\sigma_{y_2}^{NM} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^5 \frac{\int_{T/2}^T y_2^2(t_j) dt_j}{T/2}}{5}}$$

d. Phương pháp tính toán giả tỷ lệ:

Trong tính toán có một phương pháp gần đúng khi xét bài toán ma trận C phi tỷ lệ. Bằng cách thiết lập ma trận $\mathbf{c} = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$ rồi giữ lại các thành phần đường chéo chính, phương pháp phổ trình bày trong phần 3 được sử dụng. Độ lệch chuẩn của chuyển vị tại m_2 được xác định bằng:

$$\sigma_{y_2}^{QP} = \sqrt{\int_0^\infty \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^2 \phi_{2j} \phi_{2m} H_j(-i\omega) H_m(i\omega) P_{F_{jm}}(\omega) d\omega}$$

Trong đó $P_{F_j}(\omega) = \{\varphi_j\}^T P_f(\omega) \{\varphi_j\} = \{\varphi_j\}^T P_{v_1}(\omega) \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 \end{bmatrix} \{\varphi_j\}$.

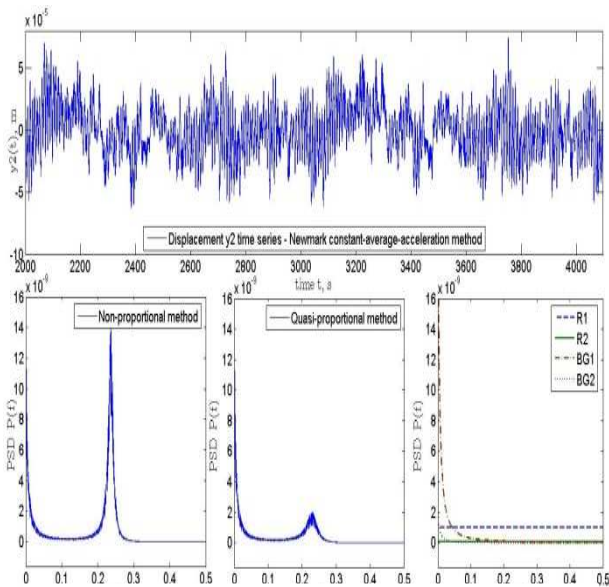
Nếu sử dụng công thức gần đúng (16), độ lệch chuẩn của chuyển vị là:

$$\sigma_{y_2}^{QPA} \approx \sqrt{\sum_{j=1}^2 \frac{\phi_{2j}^2}{K_j^2} \int_0^\infty P_{F_j}(\omega) d\omega + \sum_{j=1}^2 \frac{\phi_{2j}^2 \pi \omega_j}{K_j^2 4\xi_j} P_{F_j}(\omega_j)}$$

e. Phương pháp tính toán phi tỷ lệ:

Sử dụng công thức (25), độ lệch chuẩn của chuyển vị tại m_2 tính bằng:

$$\sigma_{y_2}^{NP} = \sqrt{\int_0^\infty \sum_{j=1}^4 \sum_{m=1}^4 \theta_{2j} \theta_{2m} \mathfrak{S}_j(-i\omega) \mathfrak{S}_m(i\omega) \mathfrak{P}_{\mathfrak{S}_{jm}}(\omega) d\omega}$$



Hình 5 Chuyển vị m_2 khi $(c_1; c_2) = (0.5; 0.1)$

Trong trường hợp $(c_1; c_2) = (0.5; 0.1)$, nửa trên của ma trận vec tơ riêng Θ tương ứng là:

$$\Theta^{uh} = \begin{bmatrix} -0.29 + 0.4i & -0.25 + 0.39i & -0.29 - 0.4i & -0.25 - 0.39i \\ -0.28 + 0.4i & 0.25 - 0.39i & -0.28 - 0.4i & 0.25 + 0.39i \end{bmatrix}$$

$$\text{Ma trận } \mathfrak{P}_{\mathfrak{S}_{jm}}(\omega) = \theta_j^T P_f(\omega) \theta_m = \theta_j^T P_{v_1}(\omega) \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 \end{bmatrix} \theta_m$$

với θ_j, θ_m là các vec tơ cột của Θ^{uh} .

f. So sánh độ lệch chuẩn:

Độ lệch chuẩn của chuyển vị m_2 theo các phương pháp trình bày ở trên được thể hiện trong bảng 1 dưới đây. Hình vẽ 5 minh họa kết quả theo hàm thời gian và mật độ phổ của kết quả theo 3 cách ứng với trường hợp $(c_1; c_2) = (0.5; 0.1)$.

$$C_{est} = 0.1M + 0.1K.$$

6. Kết luận và thảo luận

Bài viết trên trình bày tóm tắt phương pháp phổ ứng dụng trong bài toán kết cấu chịu tải trọng gió. Tác giả đưa ra phương pháp sử dụng trực tiếp ma trận giảm chấn tổng thể của kết cấu trong tính toán độ lệch chuẩn của phản ứng. Các dạng dao động phức kết hợp với các hàm truyền mới $\mathfrak{S}_j(\pm i\omega)$ được sử dụng trong tính toán. So sánh kết quả phản ứng với các phương pháp thông thường hiện nay cho thấy độ tin cậy cao (< -4% so với phương pháp tính theo hàm thời gian), thời gian tính toán ngắn (do chỉ phải tính toán toán học với số vòng lặp không nhiều) và kết quả tính toán không phụ thuộc vào quá trình tự sinh vận tốc gió (hay lực gió) theo thời gian. Nhược điểm lớn nhất của phương pháp là chỉ áp dụng được cho bài toán tuyến tính đàn hồi và các dạng dao động phức của kết cấu chưa được đề cập nhiều trong các chương trình phần tử hữu hạn. Một số ý kiến thảo luận của tác giả như sau:

- Việc tính toán phản ứng của hệ kết cấu trên cơ sở ma trận giảm chấn gốc là cần thiết. Một số phương pháp làm tròn cho kết quả quá an toàn, gây lãng phí không cần thiết trong xây dựng.

Bảng 1 : Độ lệch chuẩn của chuyển vị m_2

$c_1; c_2$	$\sigma_{y_2}^{QPA}$	Sai số \rightarrow	$\sigma_{y_2}^{NP}$	$\neq \rightarrow$	$\sigma_{y_2}^{NM}$	\leftarrow Sai số	$\sigma_{y_2}^{QP}$	$\xi_1; \xi_2$
	10E-5m	%	10E-5m	%	10E-5m	%	10E-5m	
1,5; 0,1	1,86	8,77	1,71	-3,39	1,77	-35,59	1,14	0,26; 0,31
1,5; 0,5	1,86	34,78	1,38	-2,13	1,41	-17,02	1,17	0,26; 0,56
1,5; 1,0	1,86	38,81	1,34	-1,47	1,36	-11,76	1,20	0,26; 0,89
0,5; 0,1	2,14	9,74	1,95	-3,94	2,03	-30,54	1,41	0,09; 0,14
0,5; 0,5	2,13	25,29	1,70	-3,41	1,76	-14,77	1,50	0,09; 0,4
0,5; 1,0	2,14	28,92	1,66	-3,49	1,72	-10,47	1,54	0,09; 0,72
0,1; 0,1	3,34	9,15	3,06	-3,77	3,18	-15,72	2,68	0,02; 0,08
1,0; 0,1	1,94	9,60	1,77	-3,80	1,84	-34,24	1,21	0,17; 0,23
C_{est}	2,07	59,23	1,30	-1,52	1,32	-1,52	1,30	0,10; 0,11



- Các kết cấu nhịp lớn có sự tham gia của các thiết bị giảm chấn tập trung (cầu, nhà siêu cao,...) hoặc hệ có hệ số giảm chấn khí động cao (cable,...) đều là đối tượng cần nghiên cứu trong tương lai.

Trên đây là những tóm tắt sơ lược về một phương pháp tính tác động động của gió. Phương pháp này tuy không mới nhưng còn nhiều điều cần khám phá. Tác giả hy vọng nhận được nhiều ý kiến đóng góp để có thể hoàn thiện hơn hiểu biết chung về động lực công trình. Tác giả xin trân thành cảm ơn Tiến Sĩ Phạm Hoàng Kiên đã tham gia đóng góp ý kiến trong quá trình xây dựng bài báo.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ email: quang.huy.nguyen@usherbrooke.ca. Xin chân thành cảm ơn

Tài liệu tham khảo

1. American Society of Civil Engineers (ASCE), *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*, 2006, ASCE 7-05, New York, chapter 6, 21-60.
2. Bathe K. J., *Finite Element Procedures*, 1996, Prentice, Upper Saddle River, New Jersey, 1050p.
3. Clough R.W. and Penzien J., *Dynamics of Structures*, 1995, Computers and Structures, third edition, 752pages.
4. Davenport A.G., *The application of statistical concepts to the wind loading of structures*, 8/1961, Proc. Instn of Civil Engineering, vol.19 449-472.
5. Davenport A.G., *How can we simplify and generalize wind load?*, 1995, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 54/55, 657-669.
6. Guoqing Huang and Xinzhong Chen, *Wind load effects and equivalent static wind loads of tall buildings based on synchronous pressure measurements*, 2007, Engineering Structures, 2641-2653.
7. PATRON-SOLARES A. *Modélisation numérique de la tenue au vent des ponts souples*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, septembre 1998.
8. Simiu E. and Scanlan R .H., *Wind effects on structures*, 1996, John Wiley and Son, third edition, 458 pages.
9. G. Solari and G. Piccardo, *Probabilistic 3-D turbulence modeling for gust buffeting of structures*, 2001, Probabilistic Engineering Mechanics, 73U8